

China wE-talk

# 飞天遁地的卡尔曼滤波算法

—— Kalman滤波器原理及应用

# 汇报人

**王宇鑫**

算法工程师

机器智能研究院

贝加莱工业自动化（中国）有限公司

Email: [yuxin.wang@br-automation.com](mailto:yuxin.wang@br-automation.com)

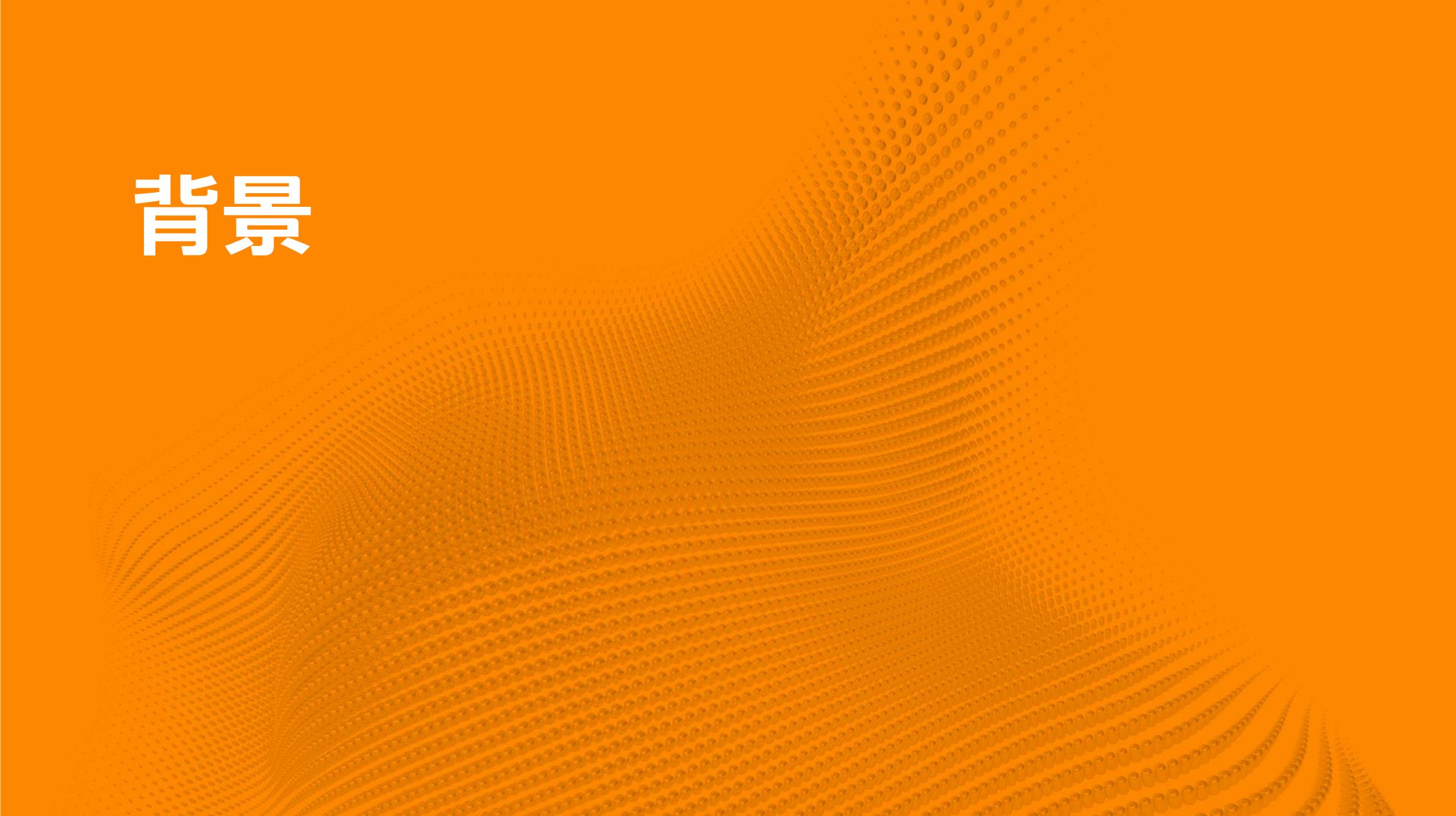
[www.br-automation.com](http://www.br-automation.com)



# 目录

- 背景
- Kalman滤波算法是什么？
- Kalman滤波算法应用案例介绍
  - 贝加莱标准库
  - 起重机防摇控制
  - 智能称重：失重喂料机
- 总结

# 背景



# 背景 起源

- Rudolf Emil Kalman, 美籍匈牙利科学家
- Kalman滤波器是由Stanley Schmidt首次实现的
- Rudolf Emil Kalman访问NASA时, 应用于阿波罗计划的轨道预测, 并于1960年发表论文
  - 题目: A new approach to linear filtering and prediction problems
  - 期刊: Transactions of the American Society of Mechanical Engineers



Rudolf Emil Kalman  
(1930.05 ~ 2016.07)

# 背景 概念

- 百度百科

- 卡尔曼滤波是一种利用线性系统状态方程，通过系统输入输出观测数据，对系统状态进行最优估计的算法。

- 数学表达式



$$\hat{x}'_k = A_k \hat{x}_{k-1} + B_k u_k$$

$$P'_k = A_k P_{k-1} A_k^T + Q_k$$

$$K_k = P'_k C_k^T (C_k P'_k C_k^T + R_k)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}'_k + K_k (y_k - C_k \hat{x}'_k)$$

$$P_k = P'_k - K_k C_k P'_k$$

# Kalman滤波算法是什么？

# Kalman滤波算法是什么？

## 如何用Kalman滤波器估算女朋友的体重

一个月前，小美体重为97斤。

测量值

- 噪声
- 传感器损坏
- 间接测量
- ...

最近我又胖了，刚才上秤称了一下，竟然显示101斤，涨了4斤！不该天天吃火锅。



模型估计值

- 模型不确定
- 过程噪声
- ...

根据这段时间我对你的观察，虽然这段时间吃的多一点，但是相比之前，你的运动量也增加了。我估计你现在应该重99斤。



小美的真实体重到底是多少？

# Kalman滤波算法是什么？

如何用Kalman滤波器估算女朋友的体重

## 取平均值

如果这两个结果各占一半：

$$x_k = 101 \times 0.5 + 99 \times 0.5 = 100$$

那我的真实体重就是100斤！



## 不确定度

咱家的秤都用了10年了，还是我更了解你！  
那么秤的误差是2斤，我的估计误差是1斤。

$$x_k = 99 \times \frac{2}{1+2} + 101 \times \frac{1}{1+2} = 99.67$$

$$x_{optimal} = x_{estimate} \times \frac{2}{3} + x_{measure} \times \frac{1}{3}$$

$$x_{optimal} = x_{estimate} + \frac{1}{3} \times (x_{measure} - x_{estimate})$$

$$x_{optimal} = x_{estimate} + \frac{E_{estimate}}{E_{estimate} + E_{measure}} \times (x_{measure} - x_{estimate})$$

# Kalman滤波算法是什么？

如何用Kalman滤波器估算女朋友的体重

体重不过百，耶！



赞！



## Kalman基本公式

考虑两种极端情况：

无测量误差

$$\lim_{E_{measure} \rightarrow 0} x_{optimal} = x_{estimate} + \frac{E_{estimate}}{E_{estimate} + 0} \times (x_{measure} - x_{estimate}) = x_{measure}$$

模型完美

$$\lim_{E_{estimate} \rightarrow 0} x_{optimal} = x_{estimate} + \frac{0}{0 + E_{measure}} \times (x_{measure} - x_{estimate}) = x_{estimate}$$

$$x_{optimal} = x_{estimate} + \frac{E_{estimate}}{E_{estimate} + E_{measure}} \times (x_{measure} - x_{estimate})$$

系统最优估计

$K_k$  卡尔曼增益

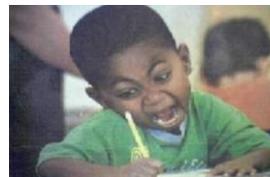
# Kalman滤波算法是什么?

## Kalman滤波计算流程

- 方差协方差
- 正态分布
- 先验估计
- ...

$$K_k = \frac{E_{estimate}}{E_{estimate} + E_{measure}} \quad ?$$

$\min(x_k - \hat{x}_k)$



$$P'_k = A_k P_{k-1} A_k^T + Q_k$$

$$K_k = P'_k C_k^T (C_k P'_k C_k^T + R_k)^{-1}$$

$$P_k = P'_k - K_k C_k P'_k$$

### 模型 (状态方程)

$$x_k = A x_{k-1} + B u_k + Q_k$$

$$y_k = C x_k + R_k$$

### 输入

$$u_k$$

### 输出

$$y_k$$

$$\hat{x}'_k(x_{estimate}) = A \hat{x}_{k-1} + B u_k$$

模型预测值

$$y_k = x_{measure}$$

测量值

最优估计值

$$\hat{x}_k(x_{optimal})$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}'_k + K_k \times (y_k - C \hat{x}'_k)$$

### Predict

$$\hat{x}'_k = A_k \hat{x}_{k-1} + B_k u_k$$

$$P'_k = A_k P_{k-1} A_k^T + Q_k$$

### Update

$$K_k = P'_k C_k^T (C_k P'_k C_k^T + R_k)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}'_k + K_k (y_k - C_k \hat{x}'_k)$$

$$P_k = P'_k - K_k C_k P'_k$$

# Kalman滤波算法是什么？

## Kalman滤波应用

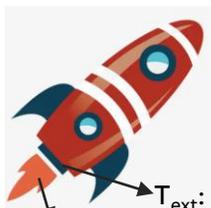
### 预测估计

- 对系统状态的最优估计
- 应用:

- 轨迹预测、追踪



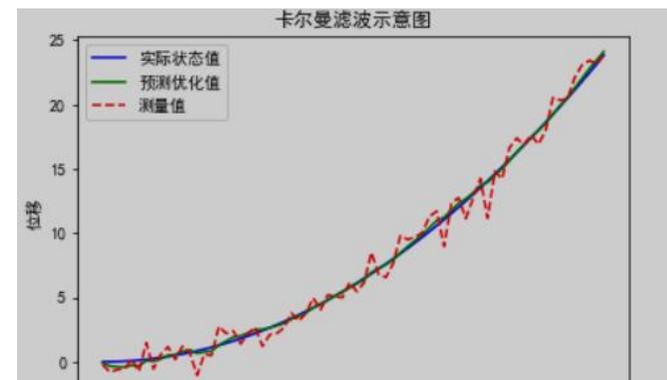
- 间接测量（观测器）



$T_{in}$ : 无法测量  
 $T_{ext}$ : 可以测量

### 滤波

- 为什么能滤波??
  - 在最优估计值的过程中，抑制掉了测量噪声
- 滤波优势:
  - 无延迟



# Kalman滤波算法是什么？

## Kalman滤波特点

### 优势

- 最优估计，限定误差；
- 实时滤波，无延迟；
- 无需保留过多历史数据，占内存小；
- 便于计算机编程、工程实现。

### 缺陷

- 模型依赖性
- 非线性问题
- 发散问题

# Kalman滤波算法应用案例介绍

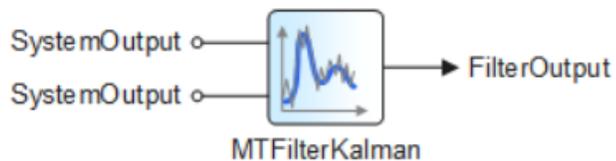
- 贝加莱标准库
- 起重机防摇控制
- 智能称重：失重喂料机

# Kalman滤波算法应用案例介绍

## 贝加莱标准库

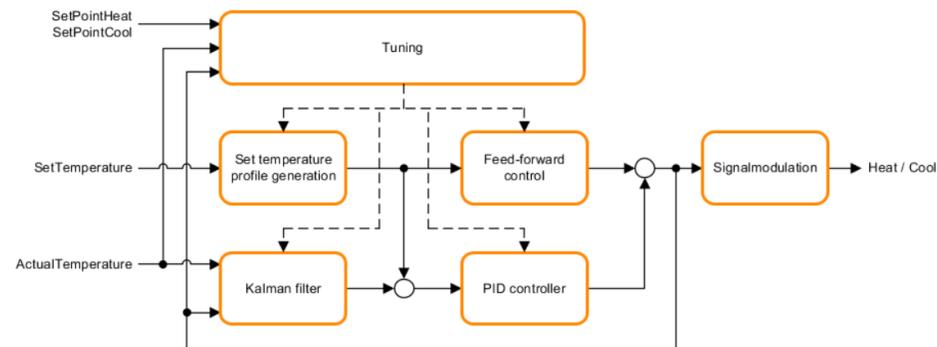
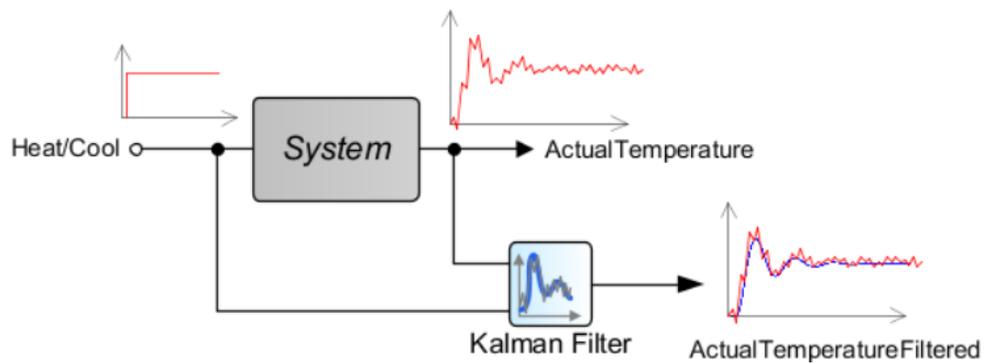
- MTFILTER库中的MTFilterKalman功能块

- 基于传递函数



- 嵌入其他Technology packages中

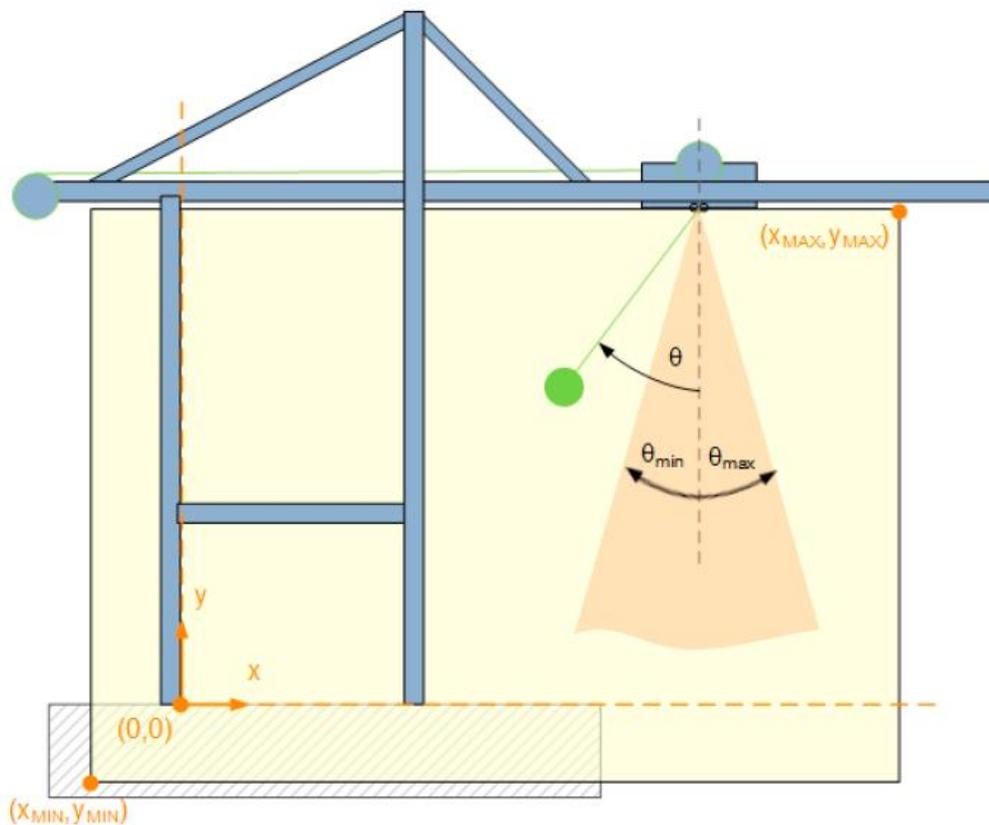
- 比如温控



# Kalman滤波算法应用案例介绍

## 起重机防摇控制

- Sensor limitation问题



- 建立模型
- 传感器/相机视角内
  - 克服测量信号噪声（滤波）
- 超出传感器/相机测量范围时
  - 预测负载的实际位置，提供给防摇控制器反馈信号。

# Kalman滤波算法应用案例介绍

## 智能称重：失重喂料机



### • 失重喂料机，挤出机辅机

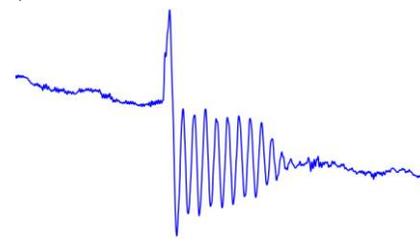
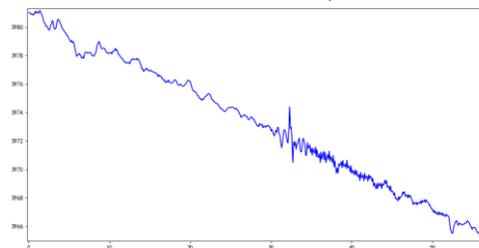
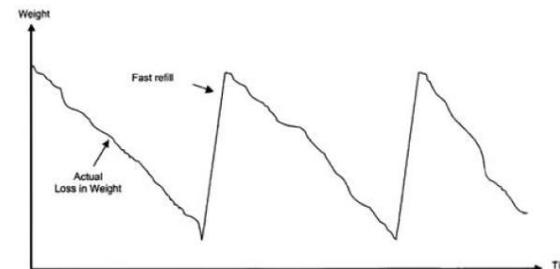
- 精确喂料
- 产品质量
- 成本控制

### • 硬件方案

- 4线或6线制应变计传感器+贝加莱X20AI1744称重模块

### • 项目难点

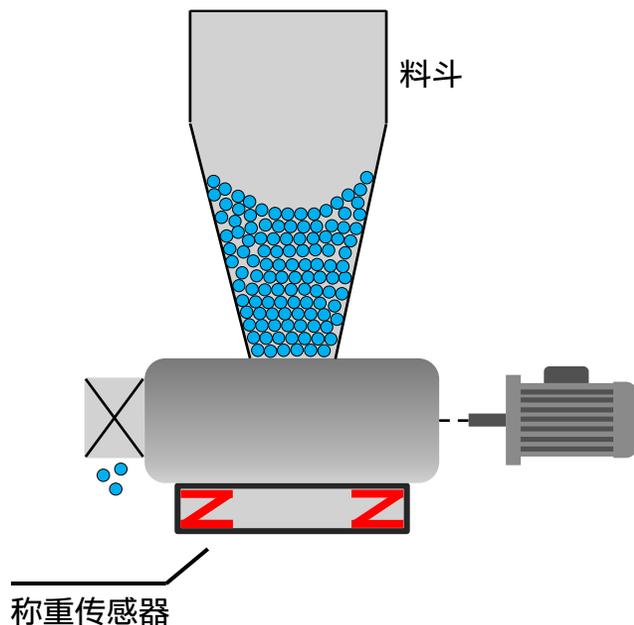
- 应变计传感器过于灵敏，自身存在较大测量噪声；
- 现场存在环境干扰，例如挤出机振动；
- 突发的人为干扰，例如撞击等，传统滤波无法消除。



很难获得稳定准确的实时重量值用于计算实时喂料速率

# Kalman滤波算法应用案例介绍

## 智能称重：失重喂料机



- **模型建立：**

当前时刻重量为：上一时刻重量减去时间内的喂料重量。

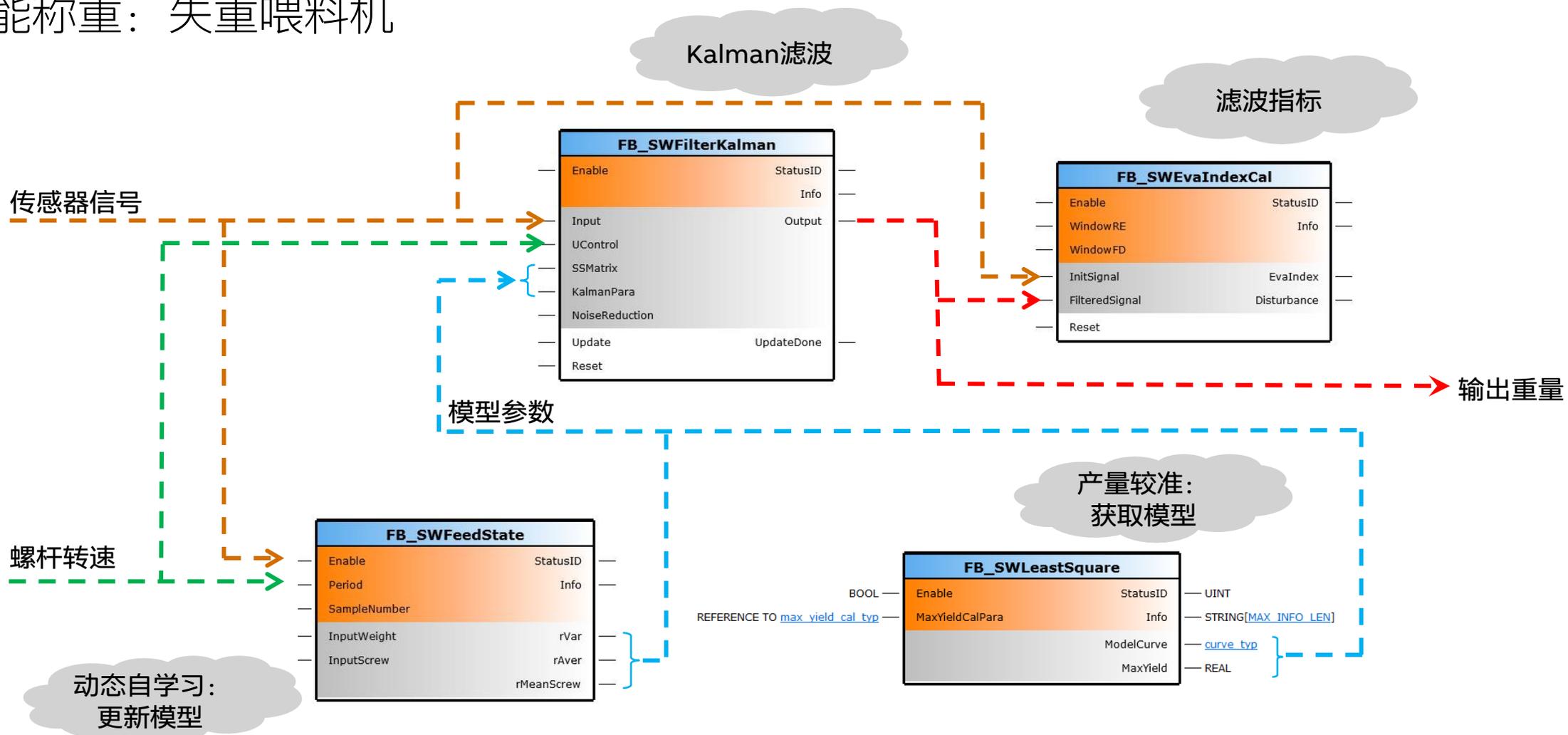
$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + Q_k$$

$$y_k = Cx_k + R_k$$

- $A$ ,  $C$  设置为1;
  - $B$  为螺杆转速与实际下料量的关系，通过产量校正获得;
  - $u_k$  为螺杆转速（或与有关的模拟量）;
  - $R_k$  为测量误差，统计学方法确定（测量数据方差）;
  - $Q_k$  为过程误差，喂料实验确定。
- **实际的特殊处理**
    - 自学习实时更新模型;
    - 引入噪声抑制比保证滤波效果;
    - 判断异常情况，人为增大  $R_k$ ;
    - 防发散。

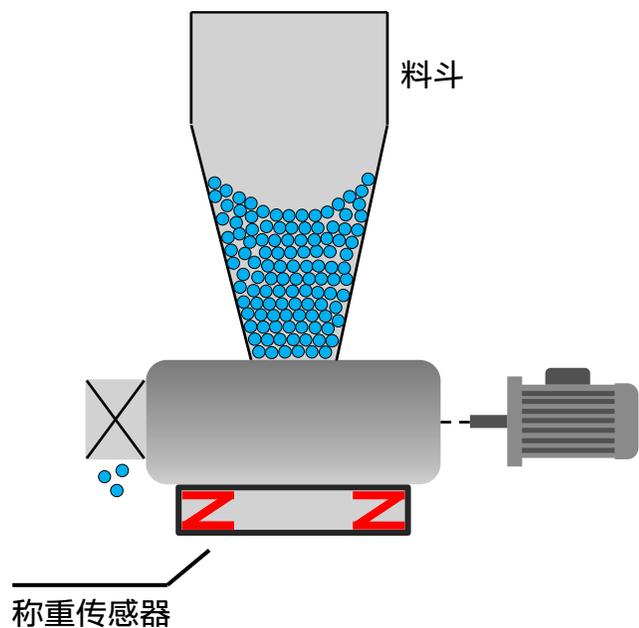
# Kalman滤波算法应用案例介绍

## 智能称重：失重喂料机

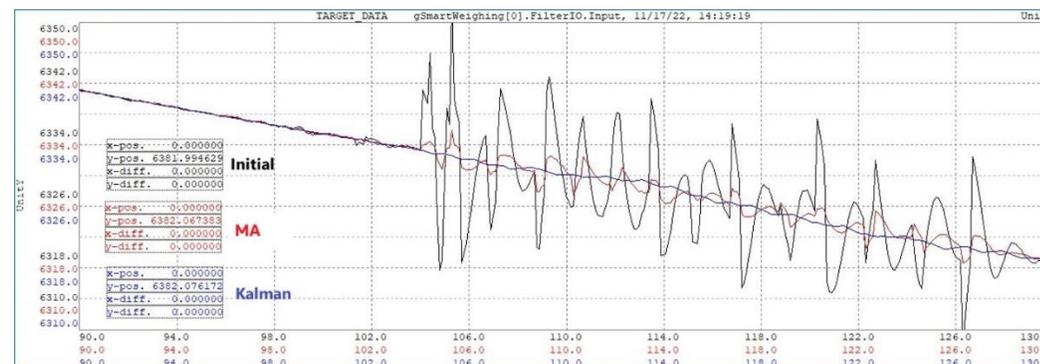
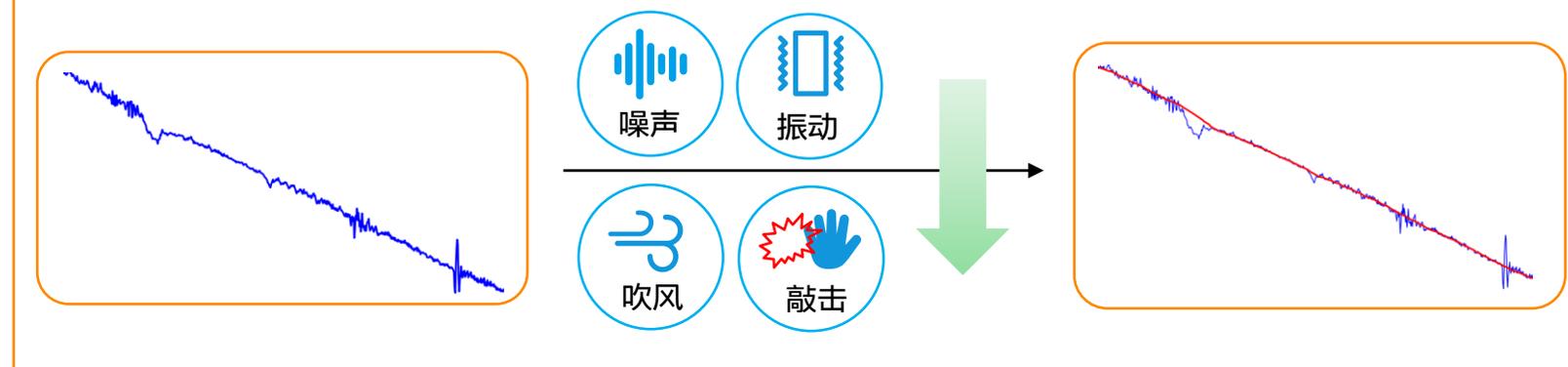


# Kalman滤波算法应用案例介绍

## 智能称重：失重喂料机



基于模型的Kalman滤波器，抵御内外干扰

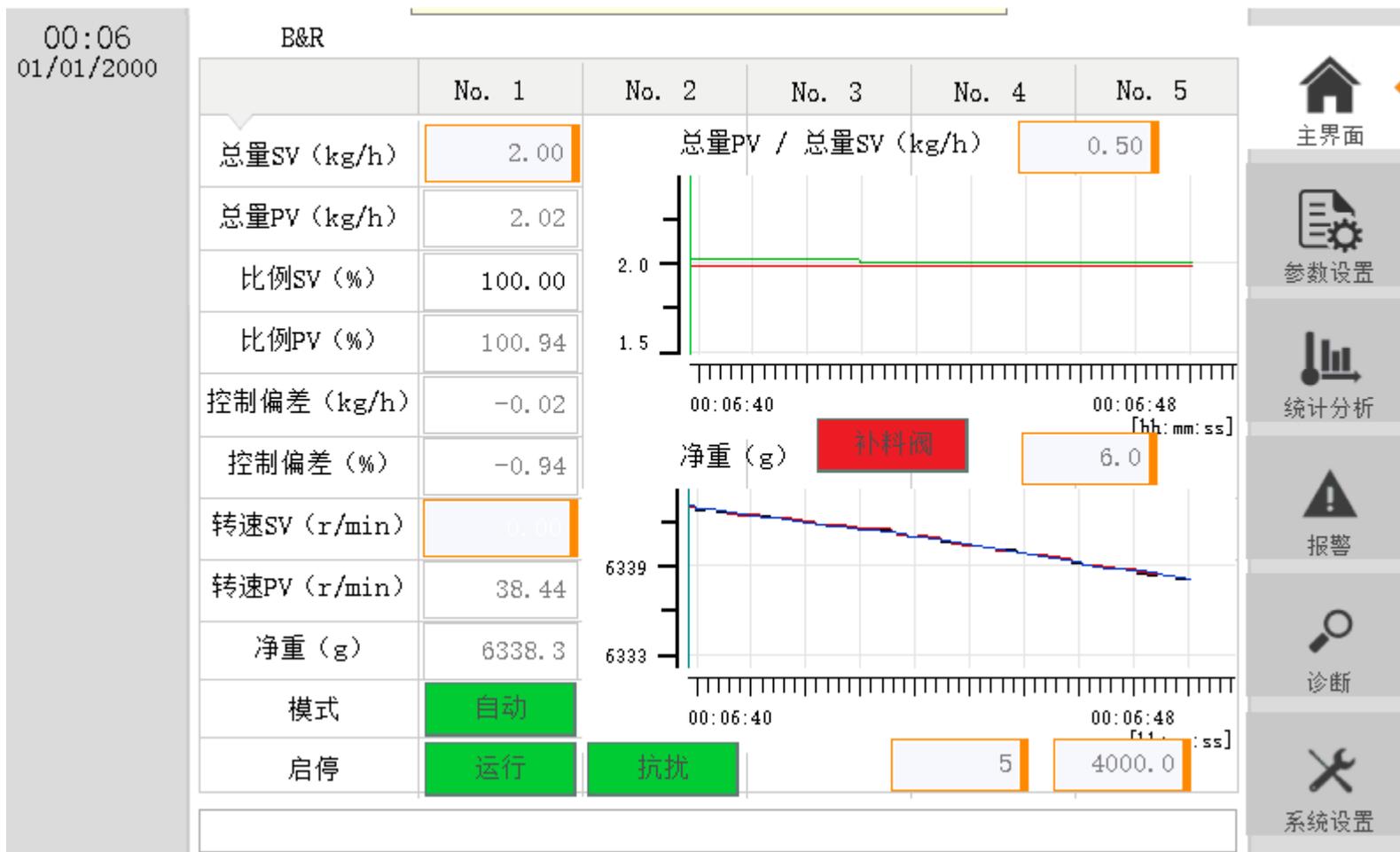


2022~2023 智能称重项目，测试阶段

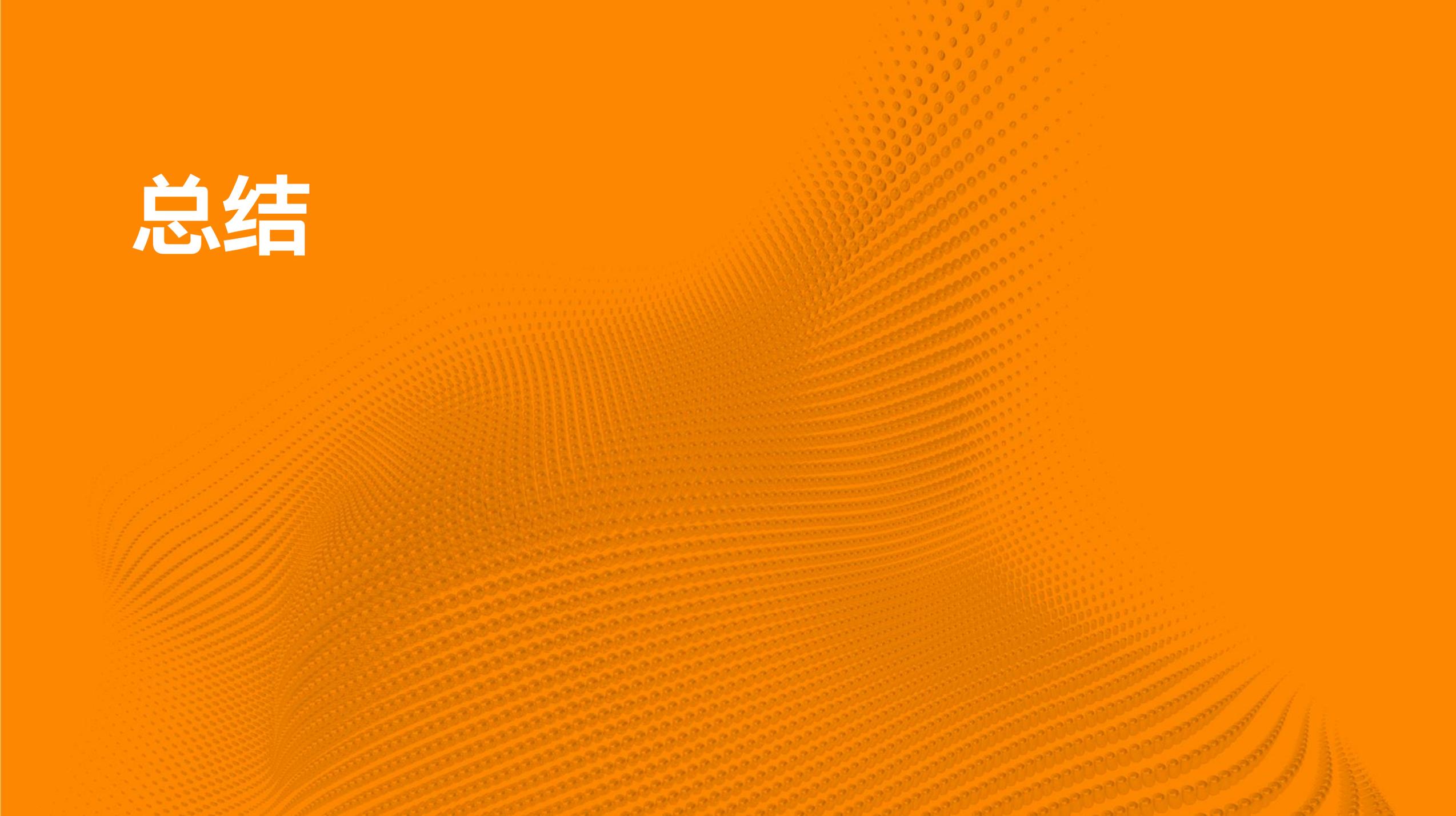
# Kalman滤波算法应用案例介绍

## 智能称重：失重喂料机

VC Project 'LIW7in' - VNC Viewer



# 总结

The background is a solid orange color with a complex, abstract pattern of small dots. The dots are arranged in a grid that curves and flows across the page, creating a sense of movement and depth. The pattern is most prominent in the lower half of the image, where it forms a series of overlapping, wavy lines that recede into the distance.

# 总结

- 作用与场景

- 滤波、预测
- 随机噪声、异常噪声、传感器测不到
- 模型易于建立

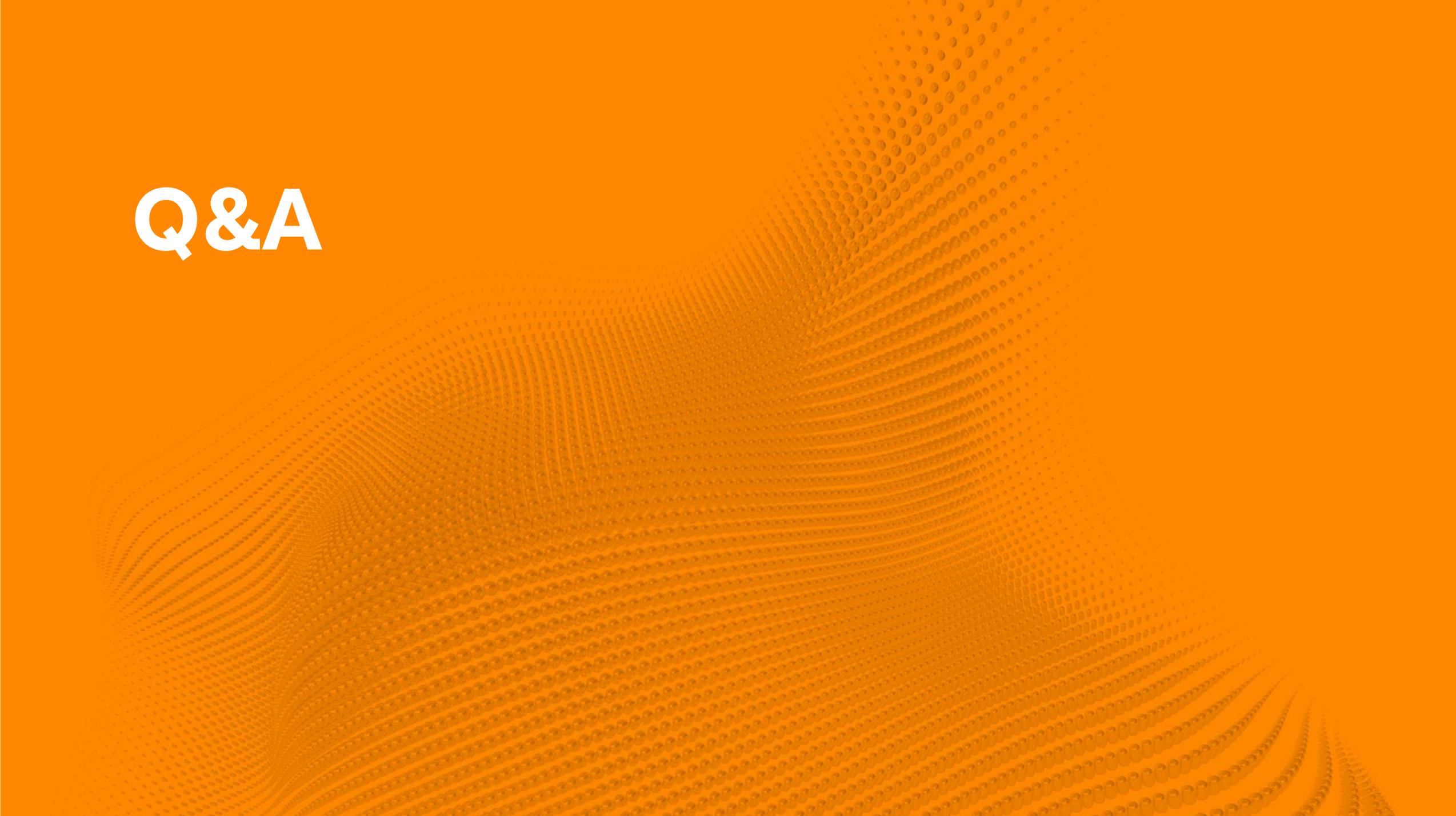
- 应用Tips

- 模型依赖性
- $R_x$ 与 $Q_x$ 的大小关系：降噪性能和跟随性能

- 资料

- Bilibili MATLAB中国 [https://www.bilibili.com/video/BV1V5411V72J?spm\\_id\\_from=333.337.search-card.all.click](https://www.bilibili.com/video/BV1V5411V72J?spm_id_from=333.337.search-card.all.click)
- How a Kalman filter works, in pictures <http://www.bzarg.com/p/how-a-kalman-filter-works-in-pictures/>
- NetEase Open 如何用卡尔曼滤波计算女朋友的真实体重  
<https://open.163.com/newview/movie/free?pid=MGO62I519&mid=MGO62LIQO>

# Q&A

The background is a solid orange color with a complex, abstract pattern of small, light-colored dots. These dots are arranged in a grid that appears to be moving or vibrating, creating a sense of depth and motion. The pattern is most prominent in the lower right and upper right areas, where it forms a series of curved, overlapping lines that resemble a wave or a ripple effect. The overall effect is a textured, three-dimensional appearance.

**B&R**



# Kalman滤波器是什么？

## Kalman滤波器计算流程

